

## Ecuaciones de segundo grado autoevaluables.

Autor: Francisco Molina López

Correo electrónico: fcomolinalopez@gmail.com

Lugar de Trabajo: IESO Vía Heraclea (Balazote, Albacete)

### Resumen

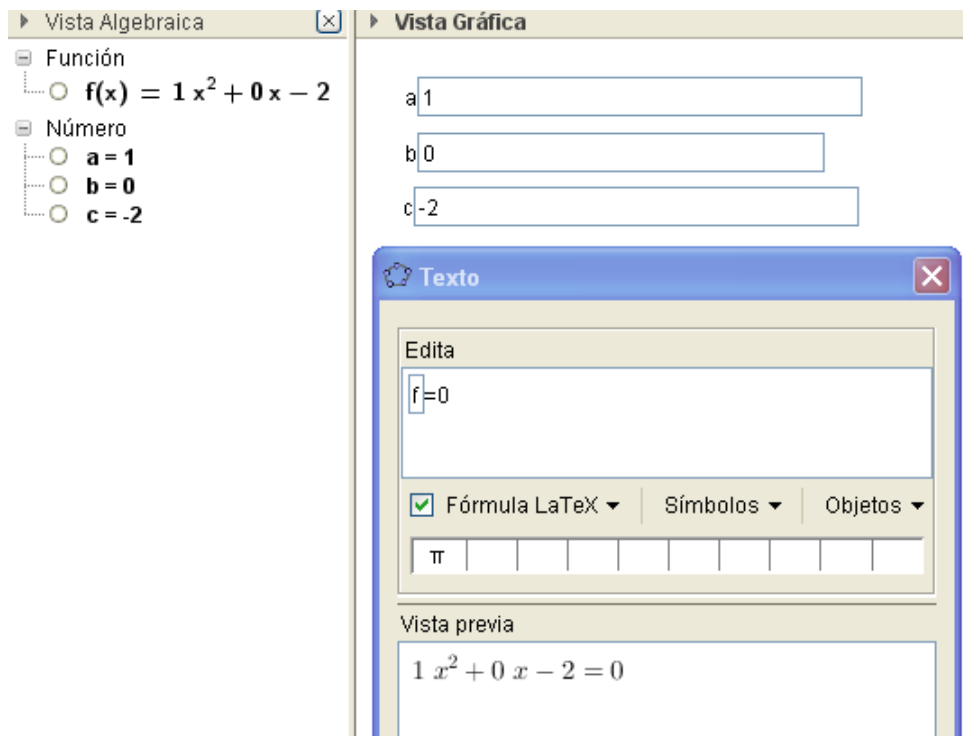
Los materiales autoevaluables pueden liberarnos de gran parte del tiempo que dedicamos a hacer multitud de ejercicios repetitivos en clase. En esta línea veremos cómo crear un archivo de Geogebra que resuelva paso a paso cualquier ecuación de segundo grado. Parece raro usar Geogebra para algo así, pero, para los que no sabemos de programación es lo más sencillo. Además podemos aprovechar el editor LaTeX de Geogebra para que todo quede mucho más bonito.

Ese archivo se puede usar en clase para la corrección de ecuaciones, aunque si lo dejásemos en manos de los alumnos, seguro que muchos no volverían a resolver más una ecuación por sí mismos. Por esto, para que los alumnos puedan utilizarlo, podemos modificar el archivo y convertirlo en una actividad autoevaluable para Moodle. De este modo, sólo al final, se mostrará completamente resuelta la ecuación aleatoria del ejercicio.

### Resolución de la ecuación de 2º grado.

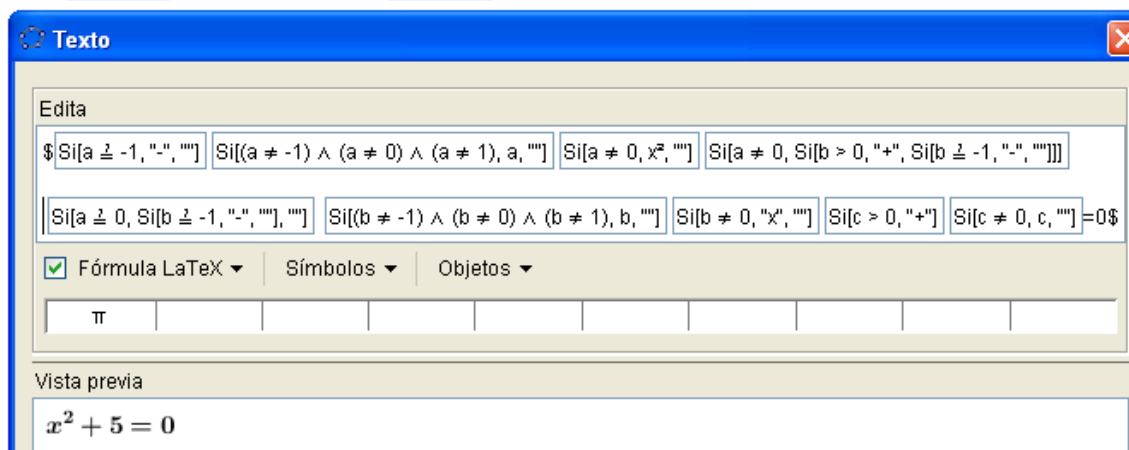
Introducimos tres números cualesquiera en la barra de entrada, y como son los primeros, el programa los llamará a, b y c. Estos serán los coeficientes de la ecuación de segundo grado en su forma canónica, pero queremos que se puedan modificar fácilmente, de manera que crearemos tres casillas de entrada en la vista gráfica. Por ejemplo, llamaremos “a” a la primera casilla de entrada y al crearla Geogebra nos pedirá que la vinculemos a algún objeto ya definido, elegiremos “a”. Y hacemos lo mismo con “b” y con “c”.

Para que aparezca la expresión de la ecuación que hay que resolver en la vista algebraica tenemos una opción sencilla, que es, introducir la función  $ax^2+bx+c$  y luego crear un cuadro de texto en el que aparezca el valor de esta función con LaTeX. Los cuadros de texto con objetos de Geogebra se crean igual que los estáticos, pero si pulsamos en la pestaña “objetos” de la derecha podemos elegir cualquiera de los que ya tenemos creados (en este caso la función f).



Esta es la opción más fácil, pero como se puede observar en la imagen, escribe los coeficientes 1 y 0. Si queremos una expresión sin estos inconvenientes tendremos que introducir un cuadro de texto un poco más complicado. Veamos la expresión del mismo y explicaremos algunas partes.

a 1      b 0      c 5



Para empezar, vemos que en las casillas recuadradas, en lugar de poner objetos de Geogebra hay condiciones lógicas que el programa ejecutará para mostrar luego el resultado. Estas casillas se pueden insertar vacías pinchando en objetos (o con el atajo del teclado Alt+Intro).

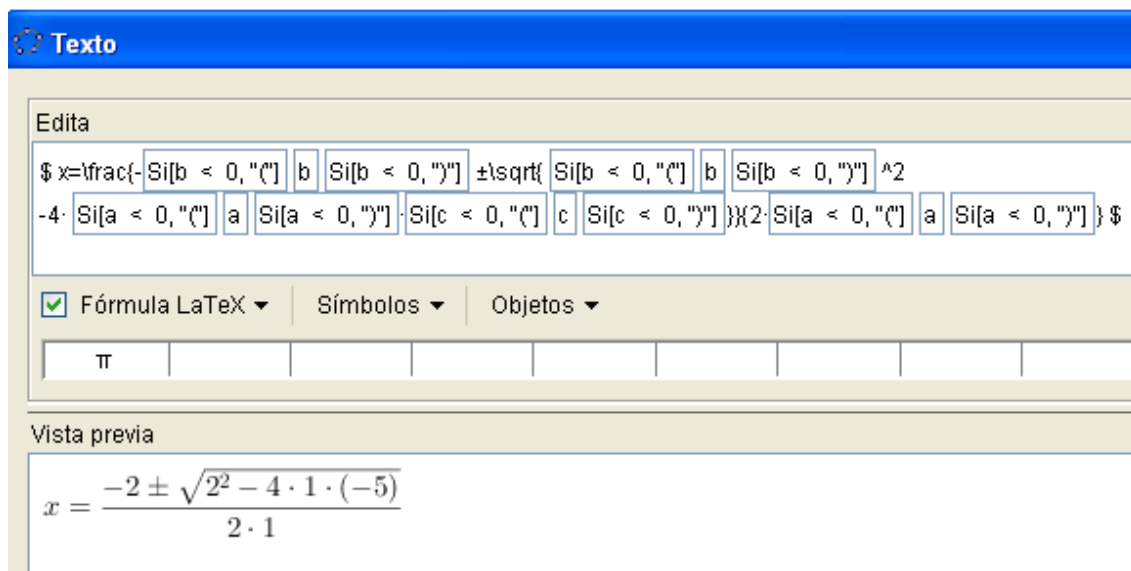
Como decíamos, no queremos que aparezcan los términos con coeficientes “0” tampoco queremos que en los coeficientes +1 y -1 aparezca el número uno. Además los signos también son un problema ya que los negativos los pondrá el programa pero los positivos debemos añadirlos con esas operaciones lógicas.

(Inciso para los que, como yo, no sepan nada de programación: tecleando “==” tenemos el igual lógico con la interrogación arriba; con “!=” obtenemos ≠; con “&&” obtenemos la conjunción  $\wedge$  y con “||” la unión  $\vee$ )

Analicemos las primeras casillas: La primera escribirá un signo “-” cuando se cumpla que “a=-1” y no escribirá nada en caso contrario (escribirá “”). La segunda casilla indica al programa que debe escribir el valor “a” siempre que no sea 1, -1 ni 0. En la tercera casilla se escribirá  $x^2$  cuando “a” no sea 0 y con esto ya estará el primer término de la expresión completo. Parece absurdo contemplar la posibilidad de que el coeficiente “a” sea cero. Pero quería que si algún alumno lo introducía saliese todo escrito correctamente, y el programa ofreciera un cuadro de diálogo que indicase que no es una ecuación de segundo grado. De modos que para el segundo término tendremos que diferenciar entre los casos en que “a” sea cero y en lo que no lo sea. Así tendremos las dos siguientes casillas. Repasar el resto de la expresión queda para el lector.

El siguiente paso es crear otro texto en LaTeX con la expresión de la fórmula de la ecuación de segundo grado en la que se hallan sustituido los valores a, b y c. Introducimos otro cuadro de texto como el que se muestra a continuación:

a 1      b 2      c -5



The screenshot shows a LaTeX editor window titled "Texto". The main editing area contains the following LaTeX code:

$$x = \frac{-\text{Si}[b < 0, "(] b \text{Si}[b < 0, ")"] \pm \sqrt{\text{Si}[b < 0, "(] b \text{Si}[b < 0, ")"]^2 - 4 \cdot \text{Si}[a < 0, "(] a \text{Si}[a < 0, ")"] \cdot \text{Si}[c < 0, "(] c \text{Si}[c < 0, ")"]}}{2 \cdot \text{Si}[a < 0, "(] a \text{Si}[a < 0, ")"]}$$

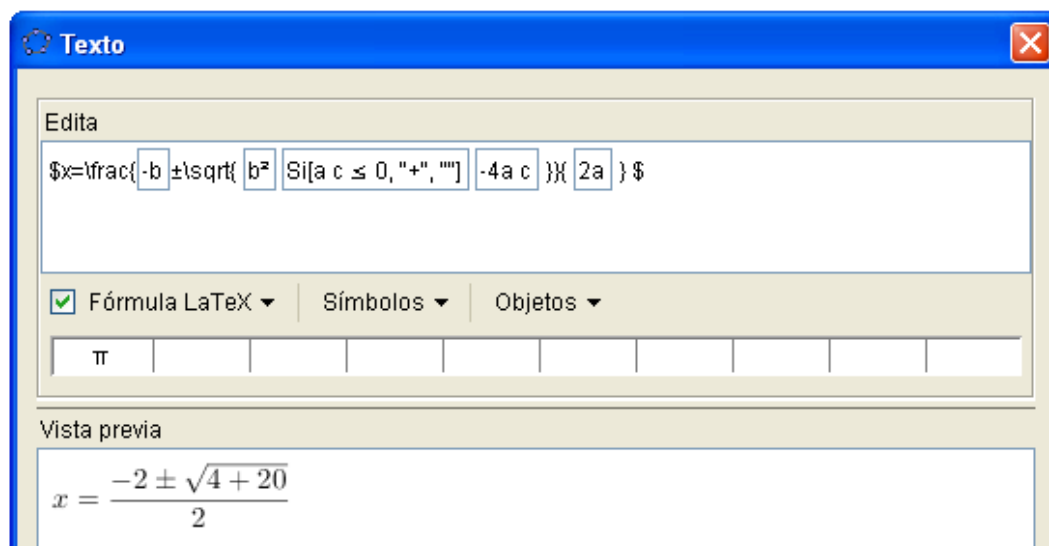
Below the editor, there are tabs for "Fórmula LaTeX", "Símbolos", and "Objetos". The "Fórmula LaTeX" tab is selected. Below the tabs is a row of symbols, including the Greek letter  $\pi$ . At the bottom, there is a "Vista previa" (Preview) section showing the rendered result of the LaTeX code:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

Aquí ya apreciamos algunas expresiones de LaTeX como “ $\frac{\{\}}{\{\}}$ ”, que si no las sabemos o no las recordamos se pueden obtener en el botón “Fórmula LaTeX”. Sólo hemos tenido que añadir las casillas lógicas para colocar los paréntesis en caso de que algún coeficiente sea negativo.

En la siguiente expresión queremos que el ordenador calcule el cuadrado y haga las multiplicaciones. Ya no hay tanto problema con los paréntesis, aunque si el resultado de “ $-4ac$ ” es positivo hay que decirle al programa que escriba el signo +. Así queda:

a 1      b 2      c -5



No me detengo más en el resto de las expresiones que queremos para resolver la ecuación completa, se hacen de forma muy parecida.

También podemos resolver las ecuaciones incompletas despejando o sacando factor común según corresponda en lugar de usar la fórmula. En los casos de las ecuaciones incompletas yo he dejado la resolución de la ecuación usando la fórmula, pero he añadido en todas las expresiones la condición dinámica para el color rojo “ $b=0 \ || \ c=0$ ” ( $b \hat{=} 0 \vee c \hat{=} 0$ ).

Construimos los cuadros de texto nuevos para las resolver las ecuaciones incompletas. Y por ejemplo, para el caso de la solución si  $c=0$  debemos añadir en las “condiciones para exponer objeto”  $c \hat{=} 0 \wedge (a \neq 0)$  (se encuentra en la pestaña “avanzado” del menú de propiedades de los textos). Así tendremos algo parecido a esto:

► Vista Gráfica

a     b     c

$$4x^2 + 6x = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 0}}{8}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36}}{8}$$

$$x = \frac{-6 + \sqrt{36}}{8} = \frac{-6 + 6}{8} = \frac{0}{8} = 0$$

$$x = \frac{-6 - \sqrt{36}}{8} = \frac{-6 - 6}{8} = \frac{-12}{8} = -1.5$$
  

$$x \cdot (4x + 6) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x + 6 = 0$$

$$4x = -6$$

$$x = \frac{-6}{4} \quad \left( x = -\frac{3}{2} \right)$$

$$x = -1.5$$

Haremos algo parecido para el caso de las incompletas con b=0.

Sólo falta ver la posibilidad de que la ecuación no tenga solución real. En esta ocasión sólo hay que añadir un cuadro de texto donde ponga ese texto y añadir más condiciones para exponer objetos (tanto al texto como a los pasos de la resolución).

### Convertimos el archivo en autoevaluable.

Par las actividades autoevaluables de Moodle tendremos que crear una variable llamada **Grade** cuyo valor será el que guardará Moodle como nota del alumno. Con este tipo de actividades es conveniente que los alumnos hagan un ejercicio diferente en cada intento, de manera que debemos usar la aleatoriedad. Podemos hacer que a, b y c sean aleatorios, pero en ese caso se complica la forma de recoger y evaluar las posibles respuestas de los alumnos. En lugar de eso yo he optado por asignar la aleatoriedad a las soluciones (d y e). De este modo el ejercicio siempre tendrá soluciones enteras entre los valores que nosotros decidamos.

Además podemos añadir otro número aleatorio (por ejemplo entre 1 y 3) para el coeficiente “a”. Así es fácil reconstruir una ecuación redefiniendo “a, b y c” de la siguiente manera “ $a = \text{AleatorioEntre}[1,3]$ ”, “ $b = a \cdot (-d - e)$ ” y “ $c = a \cdot d \cdot e$ ”. Por supuesto, tendremos que desasociar a, b y c de los campos de entrada creados al principio en la vista gráfica.

En el ejercicio que yo he preparado se pregunta a los alumnos por los coeficientes de la ecuación (a, b y c), el valor del discriminante y las soluciones finales. Las preguntas van apareciendo de forma sucesiva al pulsar en botones que nos lleva de una pregunta a otra. De este modo, si la respuesta a una pregunta no es correcta, los alumnos reciben la retroalimentación con la respuesta correcta antes de contestar la siguiente pregunta. Además el alumno no tiene la posibilidad de cambiar su respuesta una vez pulsado el botón. Y cuando ha terminado de contestar puede ver la ecuación de segundo grado resuelta completamente y su puntuación.

Veamos un ejemplo de un alumno que no incluye el signo de uno de los coeficientes y que confunde el signo de la operación dentro del radical:

(Aquí va el gif animado cuya primera imagen pongo a continuación)

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

Comprobar coeficientes

Escribe en las casillas de abajo los valores a, b y c que debes introducir en la fórmula para resolver la ecuación de segundo grado.

Si los coeficientes que querías introducir son 2, 4 y 6 pulsa el botón "Comprobar coeficientes".

a=

b=

c=

Para los que no estén familiarizados con el tema de los botones, que no se asusten ya que es muy sencillo. Yo lo he hecho creando varios botones. Por ejemplo, para crear el primer botón he creado primero un número "j=0" en la línea de entrada y al insertar el botón le pondremos que ejecute una "orden al clic" que será j=1 (o j=j+1). Luego en el segundo botón podemos hacer lo mismo poniendo como "orden al clic" j=2 (o j=j+1) y así sucesivamente.

Después sólo debemos colocarlos todos en el mismo sitio y poner como condición para exponer objeto de cada botón j==n siendo n el número correspondiente del paso en que nos encontramos (en realidad n-1). Del mismo modo, cada mensaje de orientación al alumno, cada retroalimentación y cada casilla de entrada debe incluir como condición para exponer objeto el correspondiente j==n.

Y al final calcular el valor de la nota según los aciertos que ha tenido el alumno como consideremos más conveniente. El valor de Grade se calculará usando también condiciones lógicas que comparen las respuestas del alumno con el valor esperado.



[www.sociedadelainformacion.com](http://www.sociedadelainformacion.com)

Edita:



Director: José Ángel Ruiz Felipe

Jefe de publicaciones: Antero Soria Luján

D.L.: AB 293-2001

ISSN: 1578-326x